

BỘ XÂY DỰNG
TRƯỜNG CAO ĐẲNG XÂY DỰNG CÔNG TRÌNH ĐÔ THỊ
KHOA XÂY DỰNG VÀ QLĐT
BỘ MÔN XÂY DỰNG

CƠ HỌC XÂY DỰNG

HÀ NỘI, 2019

CHƯƠNG MỞ ĐẦU

§ 1. ĐỐI TƯỢNG NGHIÊN CỨU VÀ NHIỆM VỤ CỦA MÔN HỌC

I. Đối tượng nghiên cứu và nhiệm vụ của môn học:

1. **Đối tượng nghiên cứu:** là vật rắn biến dạng đàn hồi, tức là có thể thay đổi hình dạng dưới tác dụng của các nguyên nhân bên ngoài.

2. **Phạm vi nghiên cứu:**

Phạm vi nghiên cứu của môn Cơ học kết cấu là giống môn Sức bền vật liệu nhưng gồm nhiều cấu kiện liên kết lại với nhau. Do vậy, trong kết cấu hay dùng tên gọi là hệ kết cấu.

II. **Nhiệm vụ của môn học:**

Nhiệm vụ chủ yếu của môn Cơ học kết cấu là đi xác định nội lực, biến dạng và chuyển vị trong công trình nhằm xây dựng công trình thỏa mãn các yêu cầu:

- *Điều kiện về độ bền:* Đảm bảo cho công trình không bị phá hoại dưới tác dụng của các nguyên nhân bên ngoài

- *Điều kiện về độ cứng:* Đảm bảo cho công trình không có chuyển vị và biến dạng vượt quá giới hạn cho phép nhằm đảm bảo sự làm việc bình thường của công trình.

- *Điều kiện về ổn định:* Đảm bảo cho công trình có khả năng bảo toàn vị trí và hình dạng ban đầu của nó dưới dạng cân bằng trong trạng thái biến dạng.

Với yêu cầu về độ bền, cần đi xác định nội lực; với yêu cầu về độ cứng, cần đi xác định chuyển vị; với yêu cầu về ổn định, cần đi xác định lực tới hạn mà kết cấu có thể chịu được.

III. **Các bài toán môn học giải quyết:**

1. **Bài toán kiểm tra:** Ở bài toán này, ta đã biết trước hình dạng, kích thước cụ thể của các cấu kiện trong công trình và các nguyên nhân tác động.

Yêu cầu: kiểm tra công trình theo ba điều kiện trên (độ bền, độ cứng & ổn định) có đảm bảo hay không? Và ngoài ra còn kiểm tra công trình thiết kế có tiết kiệm nguyên vật liệu hay không?

2. **Bài toán thiết kế:** Ở bài toán này, ta mới chỉ biết nguyên nhân tác động bên ngoài. Yêu cầu: Xác định hình dạng, kích thước của các cấu kiện trong công trình một cách hợp lý mà vẫn đảm bảo ba điều kiện trên.

Để giải quyết bài toán này, thông thường, dựa vào kinh nghiệm hoặc dùng phương pháp thiết kế sơ bộ để giả thiết trước hình dạng, kích thước của các cấu kiện. Sau đó tiến hành giải bài toán kiểm tra như đã nói ở trên. Và trên cơ sở đó người thiết kế điều chỉnh lại giả thiết ban đầu của mình, tức là đi giải bài toán lặp.

IV. **Vị trí của môn học:**

Là môn học kỹ thuật cơ sở làm nền tảng cho các môn học chuyên ngành như: kết cấu bê tông, kết cấu thép & gỗ, kỹ thuật thi công...

Trang bị cho người làm công tác xây dựng những kiến thức hữu ích.

§2. PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU

1. Sơ đồ công trình:

1. Khái niệm: Sơ đồ công trình là hình ảnh đơn giản hóa mà vẫn đảm bảo phản ánh được chính xác sự làm việc thực tế của công trình và phải dùng để tính toán được.

2. Các yếu tố ảnh hưởng đến việc chọn sơ đồ tính:

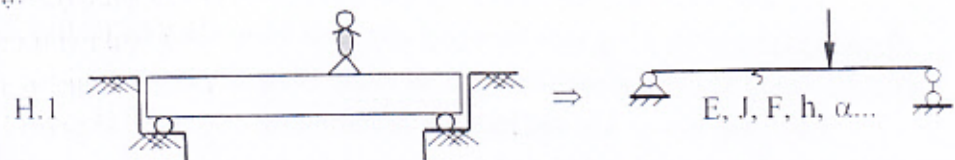
- Hình dạng, kích thước của công trình.
- Tỷ lệ độ cứng của các cấu kiện.
- Tầm quan trọng của công trình.
- Khả năng tính toán của người thiết kế.
- Tải trọng và tính chất tác dụng của nó.
- v.v.v

3. Các bước lựa chọn sơ đồ tính:

a. Bước 1: Đưa công trình thực về sơ đồ công trình:

- Thay các thanh bằng đường trục thanh.
- Thay các bản và vỏ bằng các mặt trung gian.
- Thay tiết diện, vật liệu bằng các đại lượng đặc trưng: diện tích (F), mômen quán tính (J), môđun đàn hồi (E), hệ số giãn nở vì nhiệt (α) ...
- Thay thiết bị tựa bằng các liên kết lý tưởng.
- Đưa tải trọng tác dụng lên mặt cấu kiện về trục cấu kiện.

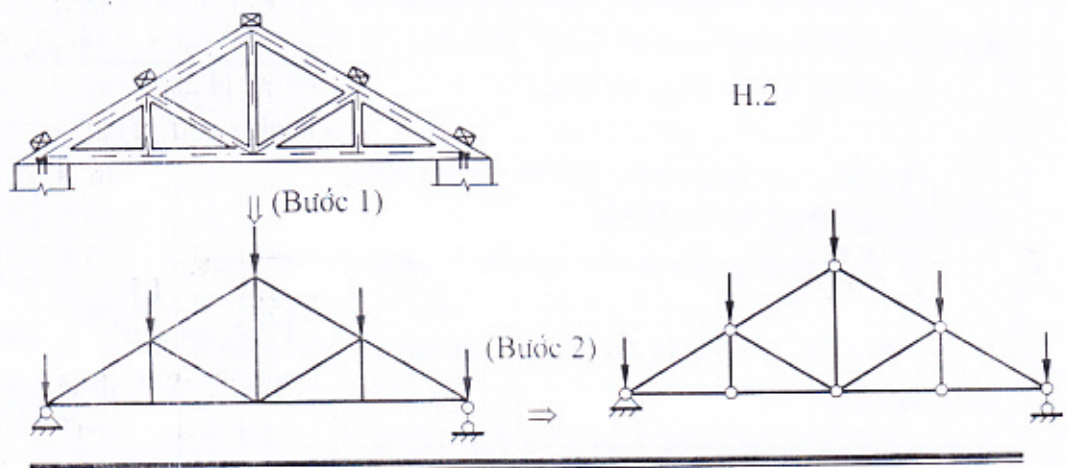
Ví dụ:



b. Bước 2: Đưa sơ đồ công trình về sơ đồ tính:

Trong một số trường hợp, sơ đồ công trình đưa về chưa phù hợp với khả năng tính toán, ta loại bỏ những yếu tố thứ yếu để đơn giản bài toán và đưa về sơ đồ tính, tính được.

Ví dụ:

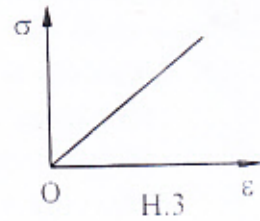


§ 3. CÁC GIẢ THIẾT ĐỂ TÍNH TOÁN VÀ NGUYÊN LÝ CỘNG TÁC DỤNG

I. Các giả thiết tính toán:

1. Điều kiện vật lý của bài toán:

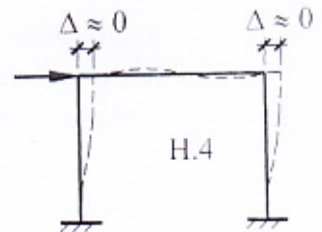
Giả thiết rằng vật liệu là đàn hồi tuyệt đối và tuân theo định luật Hook, nghĩa là quan hệ giữa nội lực và biến dạng là quan hệ tuyến tính ($\varepsilon = \frac{\sigma}{E}$).



Chú ý: Nếu chấp nhận giả thiết này thì bài toán gọi là đàn hồi tuyến tính (tuyến tính vật lý). Nếu không chấp nhận giả thiết này thì bài toán gọi là đàn hồi phi tuyến (phi tuyến vật lý).

2. Điều kiện hình học của bài toán:

Chuyển vị và biến dạng được xem như là những đại lượng vô cùng bé. Do vậy khi tính toán, xem công trình là không có biến dạng.



Chú ý: Nếu chấp nhận giả thiết này thì bài toán gọi là tuyến tính hình học. Nếu không chấp nhận giả thiết này thì bài toán gọi là phi tuyến hình học.

II. Nguyên lý cộng tác dụng:

1. Phát biểu: Một đại lượng nghiên cứu S (nội lực, phản lực, chuyển vị...) do một số các nguyên nhân đồng thời tác dụng gây ra sẽ bằng tổng đại số hay hay tổng hình học của đại lượng S do từng nguyên nhân tác dụng riêng rẽ gây ra.

Lấy tổng đại số khi đại lượng S là đại lượng vô hướng, lấy tổng hình học khi đại lượng S là đại lượng véc tơ.

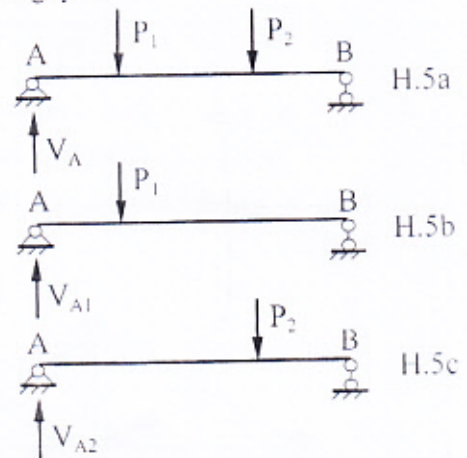
Ví dụ: Xét dầm chịu tác dụng của 2 lực P_1 & P_2 và đại lượng nghiên cứu S là phản lực V_A trên hình (H.5a)

Xét chính dầm đó nhưng chịu tác dụng riêng rẽ của 2 lực P_1 , P_2 trên hình (H.5b) & (H.5c).

Theo nguyên lý cộng tác dụng:

$$\vec{V}_A = \vec{V}_{A1} + \vec{V}_{A2}.$$

Và nếu xét toàn diện, thì hệ (H.5a) bằng tổng của hai hệ (H.5b) & (H.5c).



2. Biểu thức giải tích của nguyên lý cộng tác dụng:

$$S(P_1, P_2, \dots, P_n) = S(P_1) + S(P_2) + \dots + S(P_n)$$

- $S(P_1, P_2, \dots, P_n)$: là đại lượng S do các nguyên nhân $P_1, P_2, \dots, P_n$ đồng thời tác dụng lên hệ gây ra.

- $S(P_k)$: là đại lượng S do riêng P_k tác dụng lên hệ gây ra.

Gọi $\bar{S}_k$ là đại lượng S do riêng $P_k = 1$ gây ra. Tức là $S(P_k) = \bar{S}_k \cdot P_k$

$$\text{Vậy } S(P_1, P_2, \dots, P_n) = \bar{S}_1 \cdot P_1 + \bar{S}_2 \cdot P_2 + \dots + \bar{S}_n \cdot P_n$$

Chú ý: Nguyên lý cộng tác dụng chỉ áp dụng cho hệ tuyến tính vật lý cũng như tuyến tính hình học.

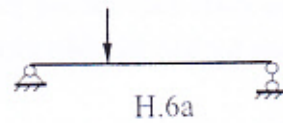
§ 4. PHÂN LOẠI CÔNG TRÌNH

1. Phân loại theo sơ đồ tính:

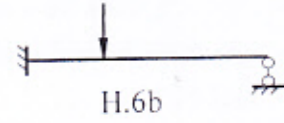
1. Hệ phẳng: khi tất cả các cấu kiện cùng thuộc một mặt phẳng và tải trọng tác dụng cũng nằm trong mặt phẳng đó.

Các loại hệ phẳng:

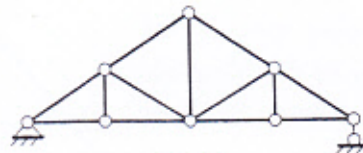
- Dầm (H.6)
- Dàn (H.7)
- Vòm (H.8)



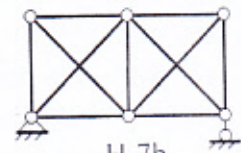
H.6a



H.6b



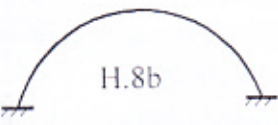
H.7a



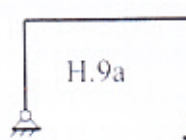
H.7b



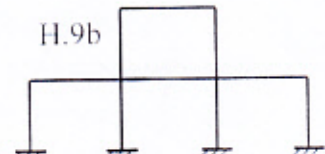
H.8a



H.8b



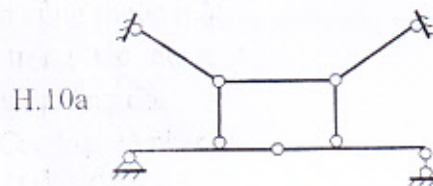
H.9a



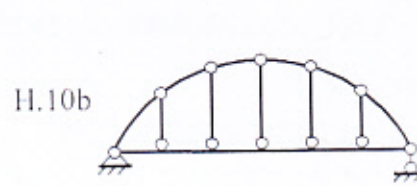
H.9b

- Khung (H.9)

- Hệ liên hợp (H.10)



H.10a

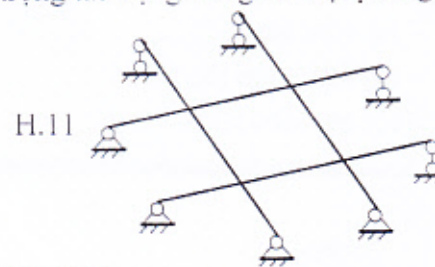


H.10b

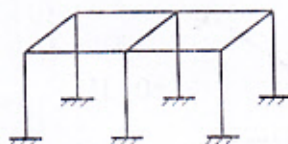
2. Hệ không gian: khi các cấu kiện không cùng nằm trong một mặt phẳng, hoặc cùng nằm trong một mặt phẳng nhưng tải trọng tác dụng ra ngoài mặt phẳng đó.

Các loại hệ không gian:

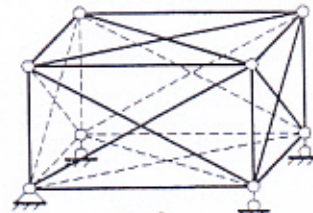
- Hệ dầm trục giao (H.11)
- Khung không gian (H.12)
- Dàn không gian (H.13)
- Bản (H.14)
- Vòm (H.15)



H.11



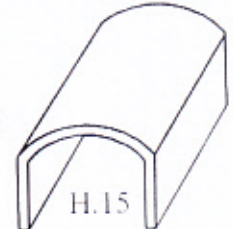
H.12



H.13



H.14



H.15

II. Phân loại theo phương pháp tính:

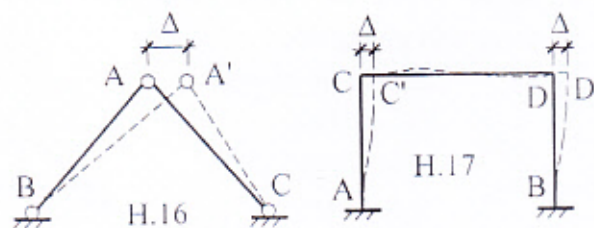
1. Dựa vào sự cần thiết hay không phải sử dụng điều kiện động học khi xác định toàn bộ các phản lực và nội lực trong hệ, người ta chia ra hai loại hệ:

a. **Hệ tĩnh định:** là loại hệ mà chỉ bằng các điều kiện tĩnh học có thể xác định được toàn bộ nội lực và phản lực trong hệ. Ví dụ các hệ trên hình a từ (H.6) đến (H.10).

b. **Hệ siêu tĩnh:** là loại hệ mà chỉ bằng các điều kiện tĩnh học thì chưa đủ để xác định toàn bộ các nội lực và phản lực mà còn phải sử dụng thêm điều kiện động học và điều kiện vật lý. Ví dụ các hệ trên hình b từ (H.6) đến (H.10).

2. Dựa vào sự cần thiết hay không phải sử dụng điều kiện cân tĩnh học khi xác định biến dạng trong hệ khi hệ chịu chuyển vị cưỡng bức, người ta chia ra hai loại hệ:

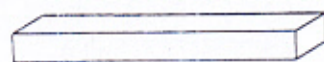
a. **Hệ xác định động:** là loại hệ khi chịu chuyển vị cưỡng bức, có thể xác định biến dạng của hệ chỉ bằng các điều kiện động học (hình học). Ví dụ hệ cho trên hình (H.16).



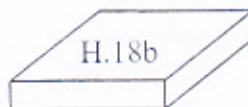
b. **Hệ siêu động:** là loại hệ khi chịu chuyển vị cưỡng bức, nếu chỉ bằng các điều kiện động học thì chưa thể xác định được biến dạng của hệ mà cần phải sử dụng thêm điều kiện tĩnh học. Ví dụ hệ cho trên hình (H.17).

III. Phân loại theo kích thước tương đối của các cấu kiện:

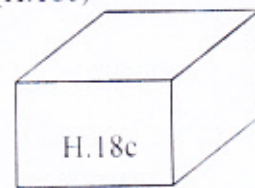
- Thanh: nếu kích thước một phương khá lớn hơn hai phương còn lại (H.18a).
- Bản: nếu kích thước của hai phương khá lớn hơn phương còn lại (H.18b).
- Khối: nếu kích thước của ba phương gần bằng nhau (H.18c)



H.18a



H.18b



H.18c

IV. Phân loại theo khả năng thay đổi hình dạng hình học:

- Hệ biến hình.
- Hệ biến hình tức thời.
- Hệ bất biến hình.

§ 5. CÁC NGUYÊN NHÂN GÂY RA NỘI LỰC, BIẾN DẠNG VÀ CHUYỂN VỊ

I. **Tải trọng:** gây ra nội lực, biến dạng và chuyển vị trong tất cả các loại hệ.

Phân loại tải trọng:

- Theo thời gian tác dụng: tải trọng lâu dài (như trọng lượng bản thân công trình...) còn được gọi là tĩnh tải và tải trọng tạm thời (như tải trọng do gió, do con người đi lại khi sử dụng...) còn được gọi là hoạt tải.
- Theo sự thay đổi vị trí tác dụng: tải trọng bất động và tải trọng di động.
- Theo tính chất tác dụng có gây ra lực quán tính hay không: tải trọng tác dụng tĩnh và tải trọng tác dụng động.

Ngoài ra, còn phân loại tải trọng theo hình thức tác dụng của tải trọng: tải trọng tập trung, tải trọng phân bố...

II. **Sự thay đổi nhiệt độ:** chính là sự thay đổi nhiệt độ tác dụng lên công trình khi làm việc so với lúc chế tạo ra nó.

Đối với hệ tĩnh định, tác nhân này chỉ gây ra biến dạng và chuyển vị, không gây ra nội lực, còn đối với hệ siêu tĩnh thì gây ra đồng thời cả ba yếu tố trên.

III. **Chuyển vị cưỡng bức của các gối tựa (lún) và do chế tạo lắp ráp không chính xác.**

Đối với hệ tĩnh định, tác nhân này chỉ gây ra chuyển vị, không gây ra biến dạng và nội lực; còn đối với hệ siêu tĩnh thì gây ra đồng thời cả ba yếu tố trên.

CHƯƠNG 1

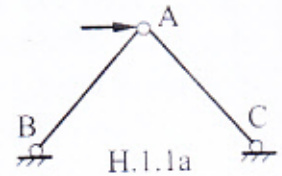
PHÂN TÍCH CẤU TẠO HÌNH HỌC CỦA HỆ PHẪNG

§ 1. CÁC KHÁI NIỆM

1. Hệ bất biến hình (BBH): là hệ không có sự thay đổi hình dạng hình học dưới tác dụng của tải trọng nếu xem các cấu kiện của hệ là tuyệt đối cứng.

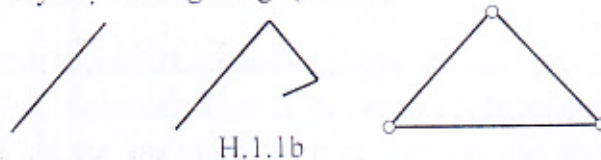
Ví dụ: Phân tích hệ hình vẽ (H.1.1a)

Nếu quan niệm AB, BC, trái đất là tuyệt đối cứng, tức là $l_{AB}, l_{BC}, l_{CA} = \text{const}$ thì tam giác ABC là duy nhất, nên hệ đã cho là hệ BBH.



H.1.1a

- Một hệ BBH một cách rõ rệt gọi chung là miếng cứng (tấm cứng)
- Các loại miếng cứng: (H.1.1b)
- Ký hiệu miếng cứng: (H.1.1c)



H.1.1b



H.1.1c

* *Chú ý:* Do hệ BBH có khả năng chịu lực tác dụng nên nó được sử dụng làm các kết cấu xây dựng và thực tế là chủ yếu sử dụng loại hệ này.

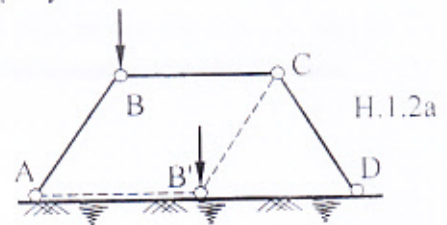
II. Hệ không bất biến hình:

1. Hệ biến hình (BH): là hệ có sự thay đổi hình dạng hình học một lượng hữu hạn dưới tác dụng của tải trọng mặc dù xem các cấu kiện của hệ là tuyệt đối cứng.

Ví dụ: Hệ ABCD cho trên hình (H.1.2a) có thể đổ thành hệ AB'CD, nên hệ đã cho là hệ BH.

* *Chú ý:* Do hệ BH không có khả năng chịu tải trọng tác dụng nên các kết cấu xây dựng không sử dụng loại hệ này.

Hệ BH trên hình (H.1.2b) cho phép sử dụng vì theo phương đứng, tải trọng tác dụng lên hệ ở trạng thái cân bằng.



H.1.2a



H.1.2b

2. Hệ biến hình tức thời (BHTT): là hệ có sự thay đổi hình dạng hình học một lượng vô cùng bé dưới tác dụng của tải trọng mặc dù xem các cấu kiện của hệ là tuyệt đối cứng.

Ví dụ: Hệ ABC có cấu tạo như trên hình (H.1.3a), khớp A có thể di xuống một đoạn vô cùng bé δ , nên hệ đã cho là hệ BHTT.

* *Chú ý:* Các kết cấu xây dựng không sử dụng hệ BHTT hay hệ gần BHTT (là hệ mà chỉ cần thay đổi một lượng vô cùng bé hình dạng hình học sẽ trở thành hệ BHTT, ví dụ hệ BA'C trên hình (H.1.3a) vì nội lực



H.1.3a

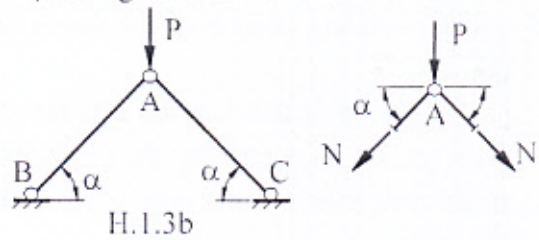
trong hệ gần BHTT rất lớn.

Thật vậy, xét hệ trên hình (H.1.3b). Lực dọc trong hai thanh AB và AC là N.

$$N = -\frac{P}{2 \sin \alpha}$$

Khi $\alpha \rightarrow 0$, hệ BAC tiến đến hệ gần BHTT.

$$N = \lim_{\alpha \rightarrow 0} \left(-\frac{P}{2 \sin \alpha} \right) \rightarrow \infty.$$

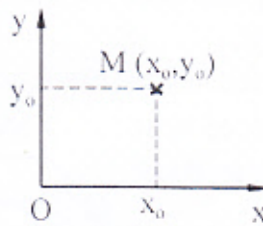


H.1.3b

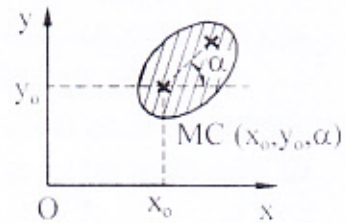
III. Bậc tự do: là số các thông số độc

lập đủ để xác định vị trí của một hệ so với một hệ cố định khác.

Trong hệ phẳng, một chất điểm có bậc tự do bằng 2 (H.1.4a); một miếng cứng có bậc tự do bằng 3 (H.1.4b).



H.1.4a



H.1.4b

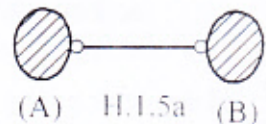
§ 2. CÁC LOẠI LIÊN KẾT VÀ TÍNH CHẤT CỦA LIÊN KẾT

1. Liên kết đơn giản: là liên kết nối hai miếng cứng với nhau.

Các loại liên kết đơn giản

1. Liên kết thanh: (liên kết loại một)

a. Cấu tạo: Gồm một thanh thẳng không chịu tải trọng có hai khớp lý tưởng ở hai đầu. (H.1.5a)



b. Tính chất của liên kết:

+ Về mặt động học: liên kết thanh không cho miếng cứng di chuyển theo phương dọc trục thanh, tức là khử được một bậc tự do.

+ Về mặt tĩnh học: tại liên kết chỉ có thể phát sinh một thành phần phản lực theo phương dọc trục thanh (H.1.5b).



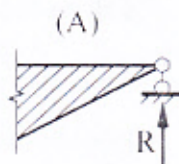
H.1.5b

* **Kết luận:** liên kết thanh khử được một bậc tự do và làm phát sinh một thành phần phản lực theo phương liên kết.

* **Trường hợp đặc biệt:** một miếng cứng có hai đầu khớp và không chịu tải trọng thì có thể như một liên kết thanh, có trục thanh là đường nối hai khớp (H.1.5c).



H.1.5c



H.1.5d

* **Chú ý:** liên kết thanh là mở rộng của khái niệm gối di động nối đất (H.1.5d).

2. Liên kết khớp: (liên kết loại 2)

a. Cấu tạo: Gồm hai miếng cứng nối với nhau bằng một khớp lý tưởng (H.1.6a).

b. Tính chất:

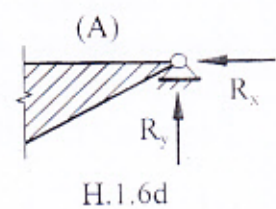
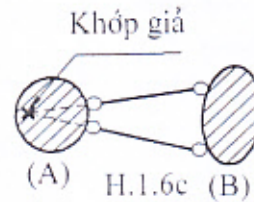
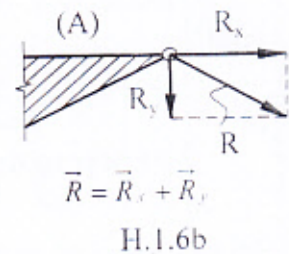
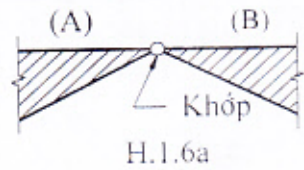
+ Về mặt động học: liên kết khớp không cho miếng cứng chuyển vị thẳng (nhưng có thể xoay), tức là khử được hai bậc tự do.

+ Về mặt tĩnh học: tại liên kết có thể phát sinh một thành phần phản lực có phương chưa biết. Phản lực này thường được phân tích thành hai thành phần theo hai phương xác định (H.1.6b).

* *Kết luận:* liên kết khớp khử được hai bậc tự do và làm phát sinh hai thành phần phản lực.

* *Trường hợp đặc biệt:* hai liên kết thanh có thể xem là một liên kết khớp (khớp giả tạo), có vị trí tại giao điểm đường nối hai trục thanh (H.1.6c).

* *Chú ý:* liên kết khớp là mở rộng của khái niệm gối cố định nối đất (H.1.6d)

**3. Liên kết hàn: (liên kết loại 3)**

a. *Cấu tạo:* Gồm hai miếng cứng nối với nhau bằng một mối hàn (H.1.7a).

b. Tính chất:

+ Về mặt động học: liên kết hàn không cho miếng cứng có chuyển vị, tức là khử được 3 bậc tự do.

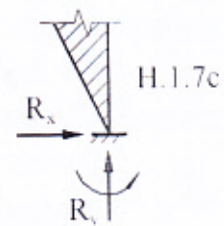
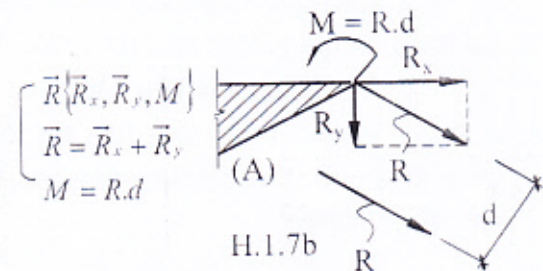
+ Về mặt tĩnh học: liên kết có thể làm phát sinh một thành phần phản lực có phương và vị trí chưa biết. Thường đưa phản lực này về tại vị trí liên kết và phân tích thành ba thành phần $(M, \bar{R}_x, \bar{R}_y)$ (H.1.7b)

* *Kết luận:* liên kết hàn khử được ba bậc tự do và làm phát sinh ba thành phần phản lực.

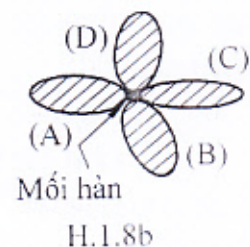
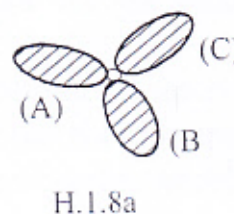
* *Chú ý:*

- Liên kết hàn tương đương với ba liên kết thanh hoặc một liên kết thanh và một liên kết khớp được sắp xếp một cách hợp lý.

- Liên kết hàn là mở rộng của khái niệm liên kết ngàm nối đất (H.1.7c)



II. Liên kết phức tạp: là liên kết nối nhiều miếng cứng với nhau, số miếng cứng lớn hơn hai.



Về mặt cấu tạo, chỉ có liên kết khớp phức tạp (H.1.8a) và hàn phức tạp (H.1.8b).

* **Độ phức tạp của liên kết:** là số liên kết đơn giản cùng loại, tương đương với liên kết đã cho. Ký hiệu p .

* **Công thức xác định độ phức tạp:**

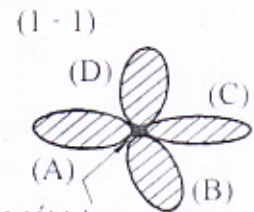
$$p = D - 1$$

D : số miếng cứng quy tụ vào liên kết.

* **Ví dụ:** Xác định độ phức tạp của liên kết hàn trên hình (H.1.8c).

$$p = D - 1 = 4 - 1 = 3.$$

Có nghĩa là liên kết hàn phức tạp đã cho tương đương với ba liên kết hàn đơn giản.



Mỗi hàn

H.1.8c

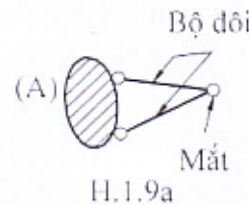
§.3 CÁCH NỐI CÁC MIÉNG CỨNG THÀNH HỆ BẤT BIẾN HÌNH

1. **Nối một điểm (mắt) vào một miếng cứng:**

a. **Điều kiện cần:** để nối một điểm vào miếng cứng cần phải khử hai bậc tự do của nó. Nghĩa là cần dùng hai liên kết thanh (H.1.9a).

b. **Điều kiện đủ:** hai liên kết thanh không được thẳng hàng.

Hai liên kết thanh không thẳng hàng nối một điểm vào miếng cứng gọi là bộ đôi (H.1.9a).



H.1.9a

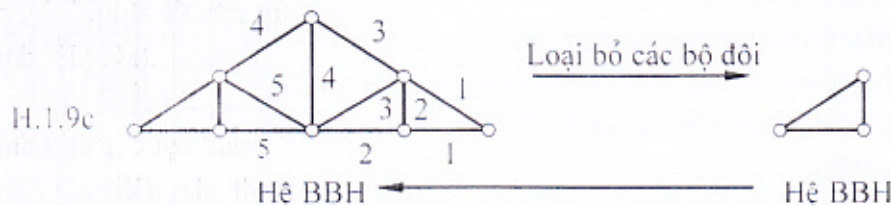


Hệ BHTT

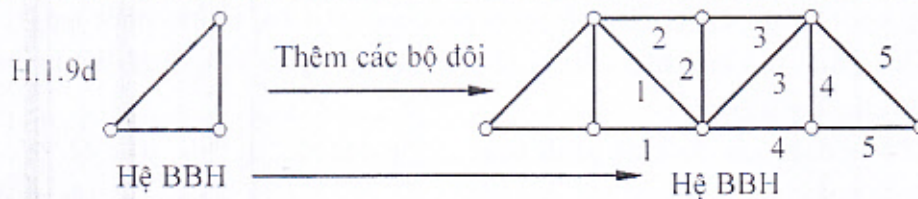
H.1.9b

* **Tính chất của bộ đôi:** khi thêm hay bớt lần lượt các bộ đôi thì tính chất động học của hệ không thay đổi. Tính chất này được sử dụng để phân tích cấu tạo hình học của hệ, và phân tích theo hai hướng sau:

+ **Phương pháp thu hẹp miếng cứng:** từ hệ ban đầu, lần lượt loại bỏ dần các bộ đôi để đưa về hệ đơn giản cuối cùng. Nếu hệ thu được là BBH hay BH thì hệ ban đầu cũng BBH hay BH. Ví dụ hệ trên hình (H.1.9c)



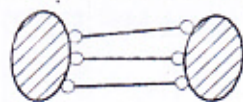
+ **Phương pháp phát triển miếng cứng:** từ miếng cứng ban đầu, thêm lần lượt các bộ đôi thì cuối cùng thu được miếng cứng. Ví dụ hệ trên hình (H.1.9d)



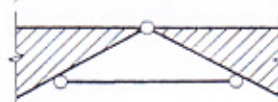
II. Cách nối hai miếng cứng:

1. Điều kiện cần: Xem một miếng cứng là cố định. Để nối miếng cứng còn lại vào miếng cứng cố định cần khử ba bậc tự do của nó, nghĩa là cần sử dụng tổ hợp các liên kết:

- + Ba liên kết thanh (H.1.10a).
- + Một liên kết thanh cộng một liên kết khớp (H.1.10b).
- + Một liên kết hàn (H.1.10c).



(A) H.1.10a (B)



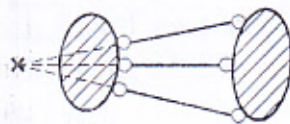
(A) H.1.10b (B)



(A) H.1.10c (B)

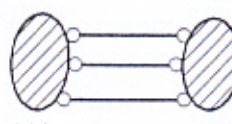
2. Điều kiện đủ:

a. Nếu sử dụng ba liên kết thanh: yêu cầu ba thanh không được đồng quy hoặc song song (H.1.10d, H.1.10e & H.1.10f).



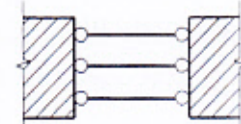
(A) (BH)TT (B)

H.1.10d



(A) (BH)TT (B)

H.1.10e

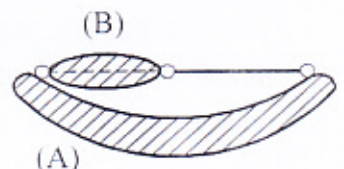


(A) (BH) (B)

H.1.10f

b. Nếu sử dụng một liên kết thanh cộng một liên kết khớp: yêu cầu khớp không được nằm trên đường trục thanh (H.1.10g).

c. Nếu sử dụng liên kết hàn: thì đó cũng là điều kiện đủ.



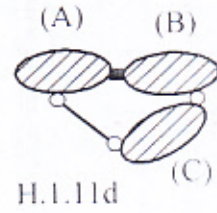
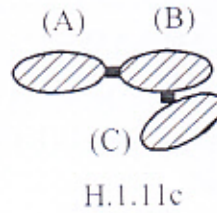
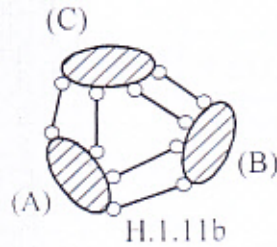
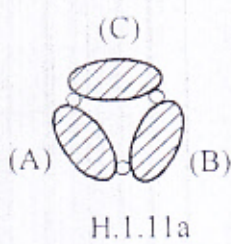
(A) Hệ BH)TT

H.1.10g

III. Cách nối ba miếng cứng:

1. Điều kiện cần: xem một miếng cứng là cố định. Để nối hai miếng cứng còn lại vào miếng cứng cố định cần phải khử sáu bậc tự do, nghĩa là cần phải sử dụng tổ hợp các liên kết:

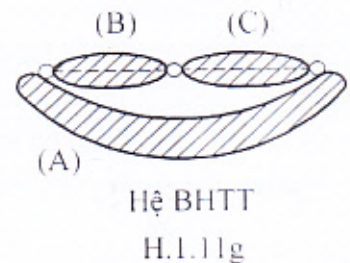
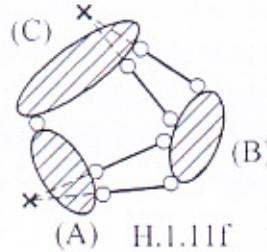
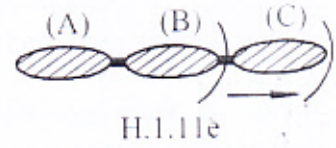
- + Ba liên kết khớp (H.1.11a).
- + Sáu liên kết thanh (H.1.11b).
- + Hai liên kết hàn (H.1.11c).
- + Một liên kết thanh cộng một liên kết khớp cộng một liên kết hàn (H.1.11d).
- + v.v.v.



2. Điều kiện đủ:

+ Nếu các miếng cứng nối lần lượt với nhau: trở về lại bài toán nối hai miếng cứng. Ví dụ (H.1.11e).

+ Nếu các miếng cứng nối đồng thời với nhau (nếu loại bỏ một miếng cứng bất kỳ, hệ còn lại bị biến hình): lúc này hệ cần sử dụng ba liên kết khớp (thực hoặc giả tạo) tương hỗ (H.1.11f). Và yêu cầu các liên kết khớp không cùng nằm trên một đường thẳng (H.1.11g).



IV. Cách nối nhiều miếng cứng:

1. Điều kiện cần:

a. Trường hợp hệ bất kỳ không nối đất:

Xét một hệ không nối đất gồm D miếng cứng. Các liên kết giữa các miếng cứng là: T liên kết thanh, K liên kết khớp đã quy về khớp đơn giản và H liên kết hàn đã quy về hàn đơn giản.

Xem một miếng cứng là cố định. Nối (D - 1) miếng cứng còn lại vào miếng cứng cố định, nghĩa là cần phải khử 3.(D-1) bậc tự do. Đó là yêu cầu.

Về khả năng: T, K, H khử được T + 2.K + 3.H bậc tự do.

Như vậy, điều kiện cần để hệ BBH là

$$n = T + 2.K + 3.H - 3.(D - 1) \geq 0 \quad (1 - 2)$$

* Các trường hợp của n:

+ n = 0 và hệ đã cho là hệ BBH thì hệ là hệ tĩnh.

+ n > 0 và hệ đã cho là hệ BBH thì hệ là hệ siêu tĩnh.

+ n < 0 thì hệ là hệ BH.

b. Trường hợp hệ bất kỳ có nối đất:

Xét một hệ nối đất gồm D miếng cứng. Các liên kết giữa các miếng cứng là: T liên kết thanh, K liên kết khớp đã quy về khớp đơn giản và H liên kết hàn đã quy về hàn đơn giản. Liên kết giữa hệ và trái đất gồm C liên kết đã quy về liên kết loại một.

Xem trái đất là cố định. Nối D miếng cứng còn lại vào trái đất, nghĩa là phải khử 3.D bậc tự do. Đó là yêu cầu.

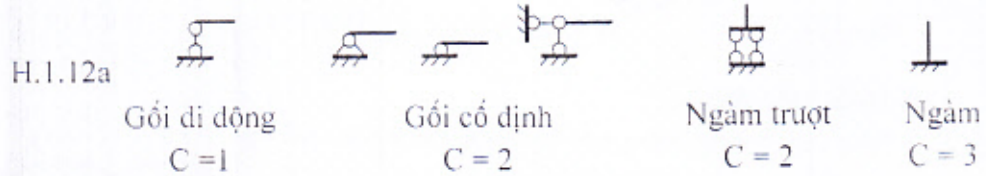
Về khả năng: T, K, H, C khử được T + 2.K + 3.H + C bậc tự do.

Vậy điều kiện cần để hệ BBH là

$$n = T + 2.K + 3.H + C - 3.D \geq 0 \quad (1-3)$$

* Các trường hợp của n: tương tự như trên

* Các loại liên kết nối đất (H.1.12a):

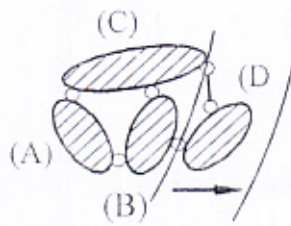


2. Điều kiện đủ:

Thường sử dụng tính chất của bộ đôi, cách nối hai hoặc ba miếng cứng nhằm thu hẹp hoặc phát triển hệ đến mức tối đa cho phép. Nếu kết quả thu được:

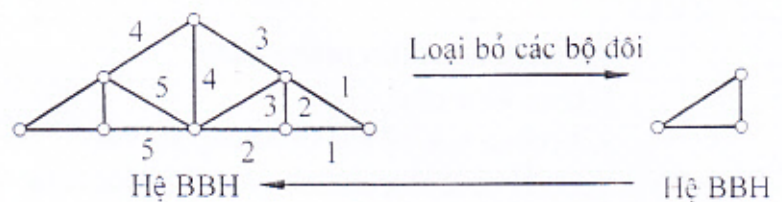
- + Một miếng cứng: hệ đã cho là BBH.
- + Hai hoặc ba miếng cứng: sử dụng điều kiện đủ của bài toán nối hai, ba miếng cứng đã biết để phân tích tiếp.

Ví dụ:



(Phát triển miếng cứng)

H.1.12b



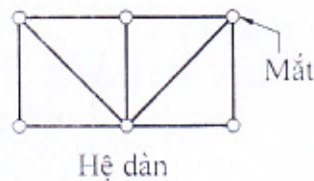
(Thu hẹp miếng cứng)

H.1.12c

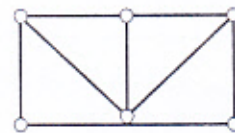
* Ngoài ra còn sử dụng phương pháp tải trọng bằng không hoặc phương pháp động học để khảo sát. Xem giáo trình môn Cơ học kết cấu - Lê Thọ Trình.

V. Trường hợp đặc biệt: Hệ dàn.

Hệ dàn là hệ gồm những thanh thẳng liên kết với nhau chỉ bằng các khớp ở hai đầu mỗi thanh.



Hệ dàn



Không phải hệ dàn

H.1.12d

* Đối với hệ dàn cũng cho phép áp dụng công thức (1-2) hoặc (1-3) để khảo sát điều kiện cần. Tuy nhiên, trong hệ dàn, các liên kết khớp thường là khớp phức tạp cần quy đổi về khớp đơn giản. Cách làm như vậy thường dễ nhầm lẫn. Dưới đây sẽ trình bày một cách khác thuận lợi hơn mà không phải quan tâm đến độ phức tạp của các liên kết khớp.

1. Trường hợp hệ dàn không nối đất:

Xét hệ dàn không nối đất gồm D thanh dàn và M mắt.

Xem một thanh dàn là miếng cứng cố định, còn lại (D - 1) thanh. Và dĩ nối (M - 2) mắt còn lại vào miếng cứng cố định, nghĩa là cần phải khử 2.(M - 2) bậc tự do.

Xem các thanh dàn là các liên kết thanh. Như vậy, (D - 1) thanh còn lại có khả năng khử được (D - 1) bậc tự do.

Vậy điều kiện cần để hệ BBH là:

$$n = (D - 1) - 2.(M - 2) = D - 2.M + 3 \geq 0 \quad (1 - 4)$$

2. Trường hợp hệ dàn nối đất:

Xét hệ dàn gồm D thanh dàn và M mắt. Ngoài ra hệ dàn còn nối đất bằng số liên kết tương đương C liên kết loại một. Nối M mắt vào miếng cứng cố định. Nghĩa là cần khử 2.M bậc tự do.

Xem các thanh dàn là các liên kết thanh. Như vậy, D thanh dàn có khả năng khử được D bậc tự do. Ngoài ra các liên kết nối đất khử được C bậc tự do.

Vậy điều kiện cần để hệ BBH là:

$$n = D - 2M + C \quad (1 - 5)$$

* *Chú ý:* - Các trường hợp của n và điều kiện đủ vẫn như trường hợp tổng quát.

CÁC VÍ DỤ

* *Ví dụ 1:* Phân tích cấu tạo hình học của hệ cho trên hình H.1.13a

1. Điều kiện cần: Hệ đã cho thuộc hệ bất kỳ nối đất nên điều kiện cần sử dụng biểu thức (1 - 3). Có thể giải bài toán theo nhiều quan niệm khác nhau:

a. Quan niệm mỗi đoạn thanh thẳng là một miếng cứng:

Lúc này D = 5, T = 0, K = 1, H = 3, C = 4. Thay vào (1 - 3)

$$n = T + 2.K + 3.H + C - 3.D = 0 + 2.1 + 3.3 + 4 - 3.5 = 0$$

⇒ Hệ đã cho có khả năng BBH.

b. Quan niệm mỗi thanh gãy khúc là một miếng cứng (quan niệm số miếng cứng tối thiểu):

Lúc này D = 2 (ab, bce), T = 0, K = 1, H = 0, C = 4. Thay vào (1 - 3)

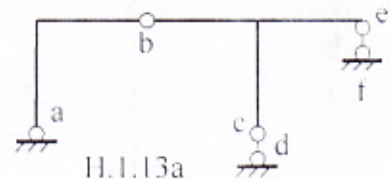
$$n = 0 + 2.1 + 3.0 + 4 - 3.2 = 0$$

⇒ Hệ đã cho có khả năng BBH.

c. Quan niệm trái đất là một miếng cứng:

Lúc này xem hệ là không nối đất nên điều kiện cần sử dụng biểu thức (1 - 2).

Lúc này D = 3 (ab, bce và trái đất), T = 2, K = 2, H = 0. Thay vào (1 - 2)



$$N = 2 + 2.2 + 3.0 - 3.(3 - 1) = 0$$

⇒ Hệ đã cho có khả năng BBH.

* Nhận xét: - Có nhiều cách quan niệm miếng cứng khác nhau, và có ảnh hưởng đến số lượng miếng cứng và các liên kết.

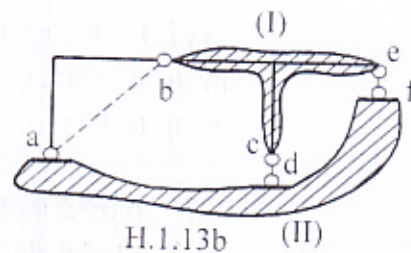
- Nên quan niệm số miếng cứng tối thiểu vì số lượng D, T, K, H sẽ ít nhất.

2. Điều kiện đủ: Có nhiều cách quan niệm.

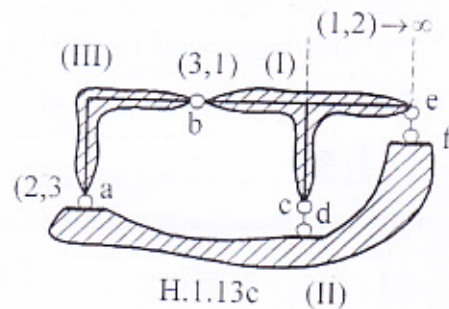
a. Đưa hệ về thành bài toán nối hai miếng cứng: trái đất (II) và bce (I). Hai miếng cứng này nối với nhau bằng ba thanh ab, cd, ef (H.1.13b). Ba thanh này không đồng quy hay song song nên hệ đã cho là hệ BBH (hệ tĩnh định).

b. Đưa hệ về thành bài toán nối ba miếng cứng:

Trái đất (II), bce (I) và ab (III). Ba miếng cứng này nối nhau bằng ba khớp (1,2 ở xa vô cùng), (2,3), (3,1). Ba khớp này không thẳng hàng nên hệ đã cho là hệ BBH (H.1.13c).



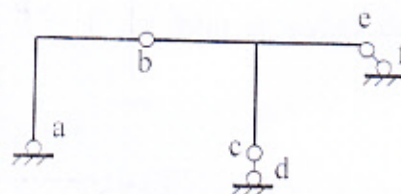
H.1.13b (II)



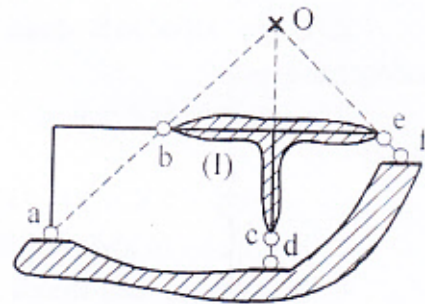
H.1.13c (II)

* Lưu ý: Khi khảo sát điều cần và đủ cho một hệ, chỉ cần sử dụng một quan niệm là đủ.

* Ví dụ 2: Nội dung giống ví dụ 1 nhưng thanh e-f nghiêng đi 45° (hình H.1.13d).



H.1.13d



H.1.13e (II)

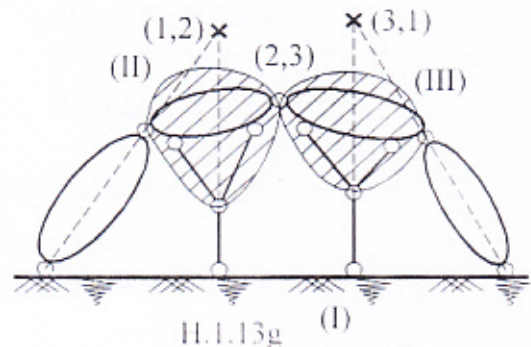
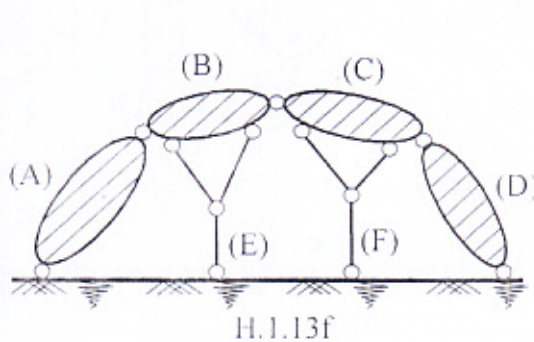
1. Điều kiện cần: không thay đổi so với ví dụ 1.

2. Điều kiện đủ: Đưa hệ về thành bài toán nối hai miếng cứng:

Đó là trái đất (II) và bce (I). Hai miếng cứng này nối với nhau bằng ba thanh ab, cd, ef (H.1.13e). Ba thanh này đồng quy tại O nên hệ đã cho là hệ BHTT.

* Ví dụ 3: Phân tích cấu tạo hình học của hệ cho trên hình H.1.13f.

1. Điều kiện cần: Hệ đã cho thuộc hệ bất kỳ nối đất. Sử dụng biểu thức (1-3) để khảo sát điều kiện cần.



Quan niệm hệ gồm các miếng cứng: (A), (B), (C), (D), (E), (F).

Vậy $D = 6$, $T = 4$, $K = 3$, $C = 8$, $H = 0$. Thay vào (1-3)

$$n = T + 2.K + 3.H + C - 3.D = 4 + 2.3 + 3.0 + 8 - 3.6 = 0.$$

Hệ đã cho có khả năng BBH.

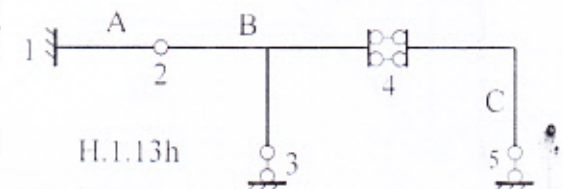
2. Điều kiện đủ: Đưa hệ về thành bài toán nối ba miếng cứng (I), (II) & (III) như trên hình (H.1.13g). Ba miếng cứng này nối với nhau bằng ba khớp (1,2), (2,3) & (3,1) không thẳng hàng nên hệ đã cho là BBH (tĩnh định).

** Ví dụ 4: Phân tích cấu tạo hình học của hệ cho trên hình (H.1.13h).*

1. Điều kiện cần: Hệ đã cho thuộc hệ bất kỳ nối đất. Sử dụng biểu thức (1-3) để khảo sát điều kiện cần.

Quan niệm hệ gồm các miếng cứng

(A), (B), (C).



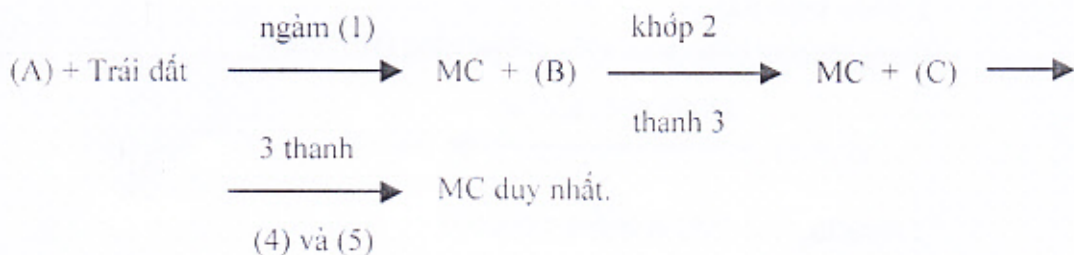
Vậy $D = 3$, $T = 2$, $K = 1$, $H = 0$, $C = 5$. Thay vào (1-3)

$$n = T + 2.K + 3.H + C - 3.D = 2 + 2.1 + 3.0 + 5 - 3.3 = 0.$$

Hệ đã cho có khả năng BBH.

2. Điều kiện đủ:

Dùng phương pháp phát triển miếng cứng:



Vậy hệ đã cho là hệ BBH (hệ tĩnh định).

** Ví dụ 5: Phân tích cấu tạo hình học của hệ cho trên hình (H.1.13i).*

1. Điều kiện cần: Hệ đã cho thuộc hệ bất kỳ nối đất. Sử dụng biểu thức (1-3) để khảo sát điều kiện cần.

Quan niệm hệ gồm các miếng cứng (af), (eb), (bg), (fh), (hc).

Vậy $D = 5, T = 0, K = 5, H = 0,$
 $C = 5$. Thay vào (1 - 3)

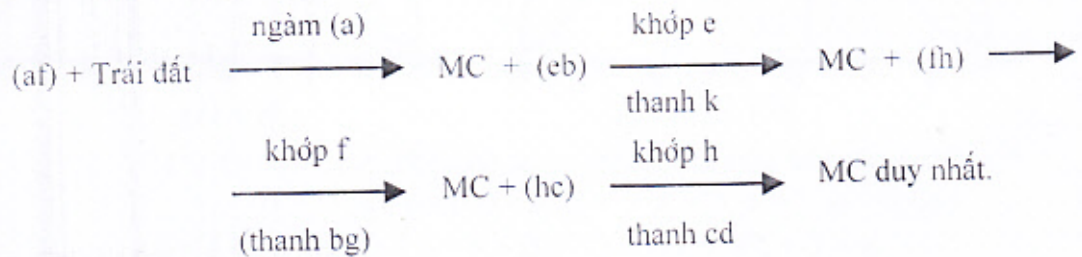
$$n = T + 2.K + 3.H + C - 3.D$$

$$= 0 + 2.5 + 3.0 + 5 - 3.5 = 0.$$

Hệ đã cho có khả năng BBH.

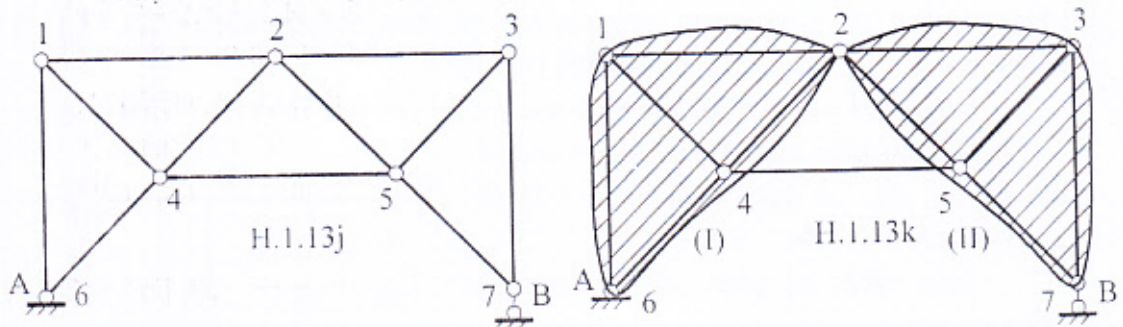
2. Điều kiện đủ:

Dùng phương pháp phát triển miếng cứng:



Vậy hệ đã cho là hệ BBH (hệ tĩnh định).

* Ví dụ 6: Phân tích cấu tạo hình học của hệ cho trên hình (H.1.13j).



1. Điều kiện cần: Hệ đã cho thuộc hệ dàn nổi đất. Sử dụng biểu thức (1 - 5) để khảo sát điều kiện cần.

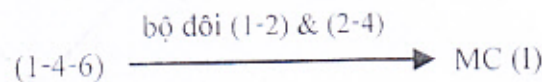
Vậy $D = 11, M = 7, C = 3$. Thay vào (1 - 5)

$$n = D - 2.M + C = 11 - 2.7 + 3 = 0$$

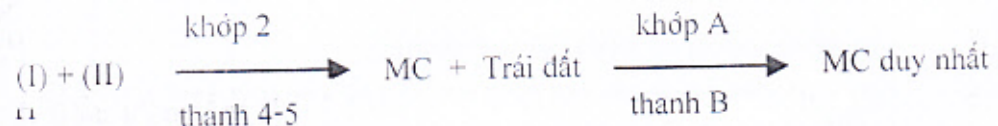
Hệ đã cho có khả năng BBH.

2. Điều kiện đủ:

Dùng phương pháp phát triển miếng cứng (H.1.13k).



Tương tự, (2-3-7-5) là miếng cứng (II)



ệ
 đã cho là hệ BHTT (hệ tĩnh định).

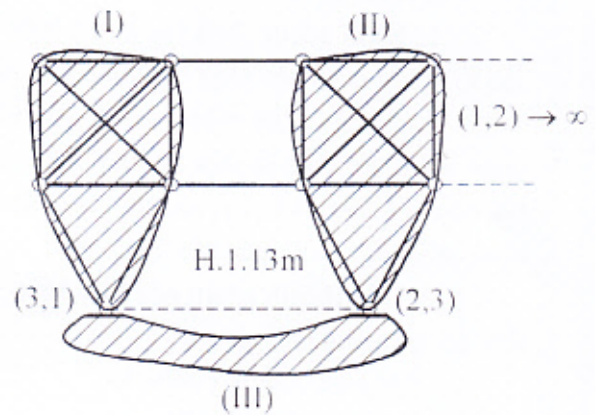
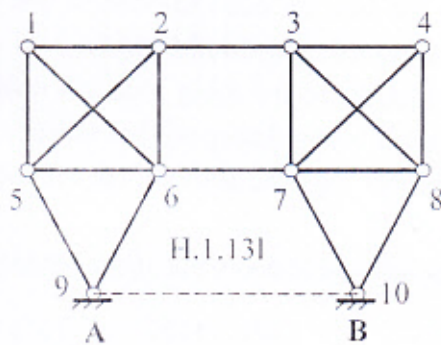
* Ví dụ 7: Phân tích cấu tạo hình học của hệ cho trên hình (H.1.13l)

1. Điều kiện cần: Hệ đã cho thuộc hệ dàn nổi dẹt. Sử dụng biểu thức (1 - 5) để khảo sát điều kiện cần.

Vậy $T = 18$, $M = 10$, $C = 4$. Thay vào (1-5)

$$n = D - 2.M + C = 18 - 2.10 + 4 = 2 > 0.$$

Hệ đã cho có khả năng BBH và thừa liên kết.



2. Điều kiện đủ:

Đưa hệ về thành bài toán nổi ba miếng cứng.

+ Trái đất: (I).

+ (1, 2, 5, 6, 9): (II). Dễ thấy (II) thừa một liên kết thanh.

+ Tương tự (3, 4, 7, 8, 10) là miếng cứng (III) cũng thừa một liên kết thanh.

Ba miếng cứng này nối với nhau bằng ba khớp (1,2 ở xa vô cùng), (2,3), (3,1). Ba khớp này thẳng hàng (H.1.13m).

Vậy hệ đã cho là BHTT.